1. <u>Analyse</u> Si y solution sur $\mathbb{R}$.

y est solution sur $\mathbb{R}_+^*$ et sur $\mathbb{R}_-^*$ donc :

$$y(x) = \begin{cases} C_1 x + x\ln(x) & \text{si } x > 0 \\ -C_2 x + x.\ln(-x) & \text{si } x < 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

La continuité de y en 0 donne C_1, C_2 quelconques dans $\mathbb{R}$

$\dfrac{y(x) - y(0)}{x - 0} \xrightarrow[x \to 0^+]{} -\infty$ donc y n'est pas dérivable à droite en 0. C'est impossible.

<u>Conclusion</u> $\mathcal{S} = \emptyset$. <u>Rem</u> : ce n'est pas comme dans le cours sur les EDL sous forme résolue.

2. <u>Analyse</u> Si y solution sur $\mathbb{R}$.

y est solution sur $\mathbb{R}_+^*$ et sur $\mathbb{R}_-^*$ donc :

$$y(x) = \begin{cases} \dfrac{C_1}{x} + 1 & \text{si } x > 0 \\ -\dfrac{C_2}{x} + 1 & \text{si } x < 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

La continuité de y en 0 impose $C_1 = C_2 = 0$.

Donc $\forall x \in \mathbb{R}$, $y(x) = 1$.

<u>Synthèse</u> Cette fonction est bien solution sur $\mathbb{R}$.

<u>Conclusion</u> Il y a une unique solution : $\mathcal{S} = \{x \mapsto 1\}$

<u>Rem</u> : pas comme dans le cours (pas de CI).

3. <u>Analyse</u> Si y est solution sur $\mathbb{R}$.
Alors y est solution sur $\mathbb{R}_+^*$ et sur $\mathbb{R}_-^*$.

$$\text{Donc } y(x) = \begin{cases} C_1 x^2 + \frac{x^4}{2} & \text{si } x > 0 \\ C_2 x^2 + \frac{x^4}{2} & \text{si } x < 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

La continuité de y en 0 donne C_1, C_2 qcq dans $\mathbb{R}$.
Idem pour la dérivabilité.

<u>Synthèse</u> De telles fonctions conviennent.

<u>Conclusion</u> $\mathcal{S} = \left\{ x \mapsto \begin{cases} C_1 x^2 + \frac{x^4}{2} & \text{si } x \geq 0 \\ C_2 x^2 + \frac{x^4}{2} & \text{si } x < 0 \end{cases} ; (C_1, C_2) \in \mathbb{R}^2 \right\}$

<u>Rem</u>: pas comme dans le cours car 2 constantes.

4. $x(1+x^2)y' - (x^2-1)y = -2x$

<u>Analyse</u> Si y solution sur $\mathbb{R}$ alors y est solution sur $]-\infty, 0[$ et sur $]0, +\infty[$ de $y' - \frac{x^2-1}{x(1+x^2)} y = -\frac{2}{1+x^2}$

En remarquant que $\frac{x^2-1}{x(1+x^2)} = \frac{2x^2 - (1+x^2)}{x(1+x^2)} = \frac{2x}{1+x^2} - \frac{1}{x}$ on a :

$$y(x) = \begin{cases} C_1 \frac{x^2+1}{x} + \frac{1}{x} & \text{si } x > 0 \\ -C_2 \frac{x^2+1}{x} + \frac{1}{x} & \text{si } x < 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

$y(0^+) = y(0) = y(0^-)$ donne $C_1 = -1$ et $C_2 = 1$

Donc $\forall x \in \mathbb{R}, y(x) = x$

<u>Synthèse</u> Cette fonction est solution.

<u>Conclusion</u> $\mathcal{S} = \{ x \mapsto x \}$. Une seule solution.