

Exercice 1 Soient E un ensemble et A, B et C trois parties de E .

1. Montrer que : $\overline{A} \subset B \iff A \cup B = E$.
2. Démontrer que : $\begin{cases} A \cup B = A \cup C \\ A \cap B = A \cap C \end{cases} \iff B = C$.
3. Démontrer que : $\begin{cases} A \cup B = A \cap C \\ A \cap B = A \cup C \end{cases} \iff A = B = C$.

Exercice 2

1. Montrer que pour tout entier $n \in \mathbb{N}^*$, on a : $n! \geq 2^{n-1}$.
2. On définit une suite réelle $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ par : $u_0 = u_1 = 3$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = u_{n+1} + 2u_n$. Établir que :

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_n = 2^{n+1} + (-1)^n$$