

TD6 ex 1

1. $(a+b)^2 \leq 2(a^2+b^2) \iff a^2+2ab+b^2 \leq 2a^2+2b^2$
 $\iff 0 \leq a^2+b^2-2ab$
 $\iff 0 \leq (a-b)^2$ Tjs vrai

2. $\sqrt{a+b} \leq \sqrt{a} + \sqrt{b} \iff (\sqrt{a+b})^2 \leq (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$ car les 2 nombres sont ≥ 0
 $\iff a+b \leq a+b+2\sqrt{ab}$
 $\iff 0 \leq 2\sqrt{ab}$ Tjs vrai

3. $|ab| \leq \frac{1}{2}(a^2+b^2) \iff ab \leq \frac{1}{2}(a^2+b^2) \text{ et } ab \geq -\frac{1}{2}(a^2+b^2)$
 $\iff 0 \leq (a-b)^2 \text{ et } (a+b)^2 \geq 0$ Tjs vrai

4. $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} \iff 2\sqrt{ab} \leq a+b$
 $\iff 0 \leq a+b-2\sqrt{ab}$
 $\iff 0 \leq (\sqrt{a}-\sqrt{b})^2$ Tjs vrai