

Probabilités : Covariance de variables aléatoires discrètes finies

Soient X et Y deux variables aléatoires réelles ne prenant qu'un nombre fini de valeurs. On note $\mathbb{E}(X)$ et $\mathbb{E}(Y)$ leur espérance et $V(X)$ et $V(Y)$ leur variance.

On pose $Z = X + Y$ et $T = X - Y$.

1. Exprimer $\text{Cov}(X, Y)$ en fonction de $V(Z)$ et $V(T)$.
2. Montrer que si Z et T sont indépendantes alors $V(X) = V(Y)$.
3. On suppose que X et Y sont indépendantes, suivant toutes deux la loi $\mathcal{U}(\{1, 2, 3\})$.
 - (a) Calculer $\text{Cov}(X, Y)$.
 - (b) Donner la loi de probabilités de Z et de T puis calculer leur espérance et leur variance.
 - (c) Z et T sont-elles indépendantes ?
 - (d) Calculer $\text{Cov}(Z, T)$.