Calculatrice non autorisée. Durée : 1 heure. La qualité de la rédaction et la lisibilité des codes produits interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies. Ce sujet de 2 pages est composée de 2 parties indépendantes.

Partie I :

1. On considère un fichier nommé *Voyelles.txt* constitué des voyelles de l'alphabet en minuscule sur une seule ligne. Que renvoie le programme suivant ?

```python
txt=open('Voyelles.txt','r')
C=txt.read()
txt.close()
print(C)
```

   Écrire un code permettant d'ajouter une deuxième ligne au fichier *Voyelles.txt* où cette deuxième ligne contiendra les voyelles en majuscules.

2. On rappelle que la suite de Fibonacci $(F_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est la suite définie par la relation de récurrence suivante

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad F_{n+2} = F_{n+1} + F_n \,.$$

   Écrire une fonction `Fibo(F0,F1,n)` qui prend en argument trois entiers naturels `F0`, `F1` et `n`, et qui renvoie le n-ième terme de la suite de Fibonacci ayant pour premiers termes $F_0 =$ `F0` et $F_1 =$ `F1`.

3. Considérons la fonction suivante prenant en argument une liste de flottants `a` et un flottant `x`.

```python
def mystere(a,x):
    e=0
    for i in range(len(a)):
        e=a[len(a)-1-i]+x*e
    return e
```

   Déterminer une expression mathématique de `mystere([2.,3.,1.],x)` en fonction de `x`.
   Quel est l'objectif de cette fonction ? Écrire une nouvelle fonction `mystere2` dont les arguments et la sortie sont identiques à celles de `mystere`.

Partie II : Nombres narcissiques

On dit qu'un entier naturel n est un nombre narcissique lorsqu'il est égal à la somme des puissances p-ièmes de ses chiffres en base 10 où p est le nombre de chiffre de n. Exemple : $1634 = 1^4 + 6^4 + 3^4 + 4^4$ donc 1634 est un nombre narcissique.

1. Montrer que 153 est un nombre narcissique.
2. Écrire une fonction `chiffres(n)` qui prend en argument un entier naturel `n` et renvoie une liste composée de ses chiffres en base 10. Par exemple, `chiffres(153)` renvoie la liste `[1,5,3]`.
3. Écrire une fonction `narcissique(n)` qui prend en entrée un entier naturel `n` et renvoie `True` si ce dernier est narcissique et `False` sinon.

Plus généralement, on dit qu'un entier naturel n est un nombre narcissique en base k lorsqu'il est égal à la somme des puissances p-ièmes de ses chiffres en base k où p est le nombre de chiffre de n en base k.
Exemple : $8 = 2 \times 3^1 + 2 \times 3^0$ donc $8 = \overline{22}^3$. Or $8 = 2^2 + 2^2$ donc 8 est un nombre narcissique en base 3.

4. Montrer que 17 est un nombre narcissique en base 3.
5. Écrire une fonction `chiffres_base(n,k)` qui prend en argument un entier naturel `n` et et renvoie une liste composée de ses chiffres en base `k` (où $k \in [\![2, 10]\!]$). Par exemple, `chiffres_base(6,2)` renvoie `[1,1,0]`.
6. Écrire une fonction `narcissique_tous(n)` qui prend en entrée un entier `n` et renvoie une liste de taille 9 composée de nombres narcissiques. Le i-élément de cette dernière sera une liste contenant tous les nombres narcissiques inférieurs ou égaux à n en base $i + 2$.