

① $\mathcal{F}_1 = (\mu_1, \mu_2)$ est libre car formé de deux vecteurs non colinéaires.

② $\mathcal{F}_2 = (\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4)$ est lié car $\mu_1 + \mu_4 = \mu_2 + \mu_3$

③ $\mathcal{F}_3 = (\mu_1, \mu_2, \mu_3)$

Soit $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) \in \mathbb{R}^3$ tq $\alpha_1 \mu_1 + \alpha_2 \mu_2 + \alpha_3 \mu_3 = 0_{\mathbb{R}^3}$

$$\text{Alors } \begin{cases} \alpha_1 + 2\alpha_2 = 0 \\ \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 0 \\ \alpha_3 = 0 \end{cases} \quad \text{donc } \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$$

Donc \mathcal{F}_3 est une famille libre.

④ $\mathcal{F}_4 = (\mu_1, \mu_2, \mu_3)$ est libre car de coordonnées échelonnées dans la base canonique de \mathbb{R}^3 .