

## Probabilités : Covariance de variables aléatoires discrètes finies

Soient  $X$  et  $Y$  deux variables aléatoires réelles ne prenant qu'un nombre fini de valeurs. On note  $\mathbb{E}(X)$  et  $\mathbb{E}(Y)$  leur espérance et  $V(X)$  et  $V(Y)$  leur variance. On pose  $Z = X + Y$  et  $T = X - Y$ .

1. Exprimer  $\text{Cov}(X, Y)$  en fonction de  $V(Z)$  et  $V(T)$ .
2. Montrer que si  $Z$  et  $T$  sont indépendantes alors  $V(X) = V(Y)$ .
3. On suppose que  $X$  et  $Y$  sont indépendantes, suivant toutes deux la loi  $\mathcal{U}(\{1, 2, 3\})$ .
  - (a) Calculer  $\text{Cov}(X, Y)$ .
  - (b) Donner la loi de probabilités de  $Z$  et de  $T$  puis calculer leur espérance et leur variance.
  - (c)  $Z$  et  $T$  sont-elles indépendantes ?
  - (d) Calculer  $\text{Cov}(Z, T)$ .