

BCPST1.1-MATHÉMATIQUES, FEUILLE DE TD N° 13

On rappelle que pour calculer un $DL_n(a)$ ($a \neq 0$) on utilise le changement de variables $x = a + h$. On utilisera alors les propriétés suivantes :

$$\begin{aligned}\ln(a+h) &= \ln a + \ln\left(1 + \frac{h}{a}\right) \\ e^{a+h} &= e^a e^h \\ \sin(a+h) &= \sin a \cos h + \cos a \sin h \\ \cos(a+h) &= \cos a \cos h - \sin a \sin h \\ (a+h)^\beta &= a^\beta \left(1 + \frac{h}{a}\right)^\beta.\end{aligned}$$

Exercice

Calculer les développements limités suivants et appliquer le résultat à l'étude locale de la fonction :

1. $DL_2(0)$ de $\frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x}$;
2. $DL_3(0)$ de $\frac{\sin(x)-x \cos(x)}{1+x}$;
3. $DL_3(0)$ de $e^{\arcsin(x)}$;
4. $DL_2(1)$ de $e^{\sqrt{x}}$;
5. $DL_2(2)$ de $\frac{1}{x}$;
6. $DL_2(\pi/4)$ de $\tan(x)$;
7. $DL_2(1)$ de $\ln(1 + \sqrt{x})$;
8. $DL_3(0)$ de $\arctan\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$;
9. $DL_3(\pi/4)$ de $\frac{\cos(x)-\frac{\sqrt{2}}{2}}{\pi-4x}$;
10. $DL_2(+\infty)$ de $\sqrt[3]{\frac{x^2+x+1}{x^2+1}}$;
11. $DL_{2n+2}(0)$ de $\arctan(x)$;
12. $DL_{2n+2}(0)$ de $\arcsin(x)$.