

Rappels théoriques : Soit x un réel donné, $x \geq 0$. On considère les suites $(u_n(x))_{n \geq 0}$ et $(v_n(x))_{n \geq 0}$ définies par : $u_0(x) = 1$, $v_0(x) = x$ et pour $n \geq 0$, $u_{n+1}(x) = \sqrt{u_n(x)v_n(x)}$ et $v_{n+1}(x) = \frac{u_n(x) + v_n(x)}{2}$. Ces deux suites sont convergentes de même limite notée « limite(x) ».

Exercice 1 : Ecrire un programme qui réalise les objectifs suivants :

- Introduire au clavier un entier N et un réel x positif.
- Afficher en colonne les N premiers termes des suites $(u_n(x))_{n \geq 0}$ et $(v_n(x))_{n \geq 0}$.

Exercice 2 : Ecrire un programme qui réalise les objectifs suivants :

- Introduire au clavier deux nombres réels positifs x et e ($e > 0$) qui correspond à la précision.
- Afficher en colonne les termes $u_n(x)$ et $v_n(x)$ jusqu'à ce que $0 \leq v_n(x) - u_n(x) \leq e$.
- Afficher une valeur approchée de « limite(x) » à e près.
- Puis la valeur du dernier rang N calculé.

Exercice 3 : Ecrire un programme qui réalise les objectifs suivants :

*Définir « limite » comme fonction.

*Afficher une table de valeurs approchées de « limite » :

En introduisant au clavier un intervalle $[a, b]$.

En calculant des valeurs de la fonction en des points régulièrement espacés de $[a, b]$.

Vous écrirez deux versions : la première utilisant une expression du type $x=a :pas :b$

La deuxième utilisant la fonction Matlab **linspace** (taper **help linspace**)

Peut-on conjecturer le sens de variation de la fonction « limite », l'existence d'une limite en $+\infty$, en 0 ? (Voir résultats du TD)

Exercice 4 : Représentation graphique

a) Découverte de la fonction matlab **plot** : joindre des points.

Si X est une liste d'abscisses (x_1, x_2, \dots, x_n) et Y une liste d'ordonnées de même taille que X : (y_1, y_2, \dots, y_n) . L'instruction **plot(X, Y)** permet de tracer la suite des segments joignant successivement les points (x_i, y_i) .

b) La fonction **plot** possède des options de tracé, taper **help plot** pour les découvrir. (couleurs, traits, titre, nomination des axes..)

c) **Autres options :**

✓ Recadrage de la zone de tracé:

axis [xmin xmax ymin ymax] pour revenir au mode par défaut **axis('auto')**.

✓ Tracé d'une grille : **grid('on')** pour revenir au mode par défaut **grid('off')**.

✓ Tracés de plusieurs courbes sur une même figure : L'appel consécutif de plusieurs **plot** ne conserve que le dernier tracé et efface les précédents. Pour éviter cela il faut changer une option par défaut de Matlab. Taper **hold on**. Pour revenir au mode par défaut taper **hold off**.

Exercice 4-1 : Effectuer des tracés de courbes de la fonction « limite », afin de retrouver les propriétés vues dans le devoir maison. Tracé sur la même figure la courbe de la fonction limite et celles des fonctions $x \rightarrow \sqrt{x}$ et $x \rightarrow \frac{1+x}{2}$.

Exercice 4-2 : (facultatif) Résoudre graphiquement l'équation $\text{limite}(x)=x$. En déduire l'étude de la suite récurrente définie par $z_0 > 0$, et $z_{n+1} = \text{limite}(z_n)$.