Toutes les parties sont des sev de l'espace vectoriel considéré car à chaque fois elles sont égales à l'ensemble des solutions d'un système linéaire homogène.

1. $\begin{cases} \boxed{x} - y + z = 0 \\ \boxed{y} - 2z = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} x = z \\ y = 2z \\ z \text{ qcq} \end{cases}$

donc $E = \text{Vect}((\underbrace{1,2,0}_{u_1}))$ Comme $u_1 \neq 0_E$, (u_1) est une base de E

2. $\begin{cases} x + y + \boxed{z} = 0 \\ 2x - \boxed{y} = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} x \text{ qcq} \\ y = 2x \\ z = 3x \end{cases}$

donc $E = \text{Vect}((\underbrace{1,2,3}_{u_1}))$ Comme $u_1 \neq 0_E$, (u_1) est une base de E.

3. $\boxed{x} + y + z = 0 \iff \begin{cases} x = -y - z \\ y \text{ qcq} \\ z \text{ qcq} \end{cases}$

donc $E = \text{Vect}((\underbrace{-1,1,0}_{u_1}), (\underbrace{-1,0,1}_{u_2}))$

Comme u_1 et u_2 sont non colinéaires : (u_1, u_2) est une base de E

4. $\boxed{x} - y + 2z = 0 \iff \begin{cases} x = y - 2z \\ y \text{ qcq} \\ z \text{ qcq} \end{cases}$

Donc $E = \mathrm{Vect}(\underbrace{(1,1,0)}_{u_1}, \underbrace{(-2,0,1)}_{u_2})$.

Comme u_1 et u_2 sont non colinéaires : (u_1, u_2) est une <u>base</u> de E

<u>5.</u> $\begin{cases} \boxed{x} - y + z = 0 \\ \boxed{y} - 2t = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 2t - z \\ y = 2t \\ z \text{ qcq} \\ t \text{ qcq} \end{cases}$

Donc $E = \mathrm{Vect}(\underbrace{(2,2,0,1)}_{u_1}, \underbrace{(-1,0,1,0)}_{u_2})$

Comme u_1 et u_2 sont non colinéaires : (u_1, u_2) est une <u>base</u> de E

<u>6.</u> $\begin{cases} \boxed{x} - y + z + t = 0 \\ x - y - z + 2t = 0 \\ x - y + 2z + 2t = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} \boxed{x} - y + z + t = 0 \\ \boxed{-2z} + t = 0 & L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ z + t = 0 & L_3 \leftarrow L_3 - L_1 \end{cases}$

$\iff \begin{cases} \boxed{x} - y + z + t = 0 \\ \boxed{-2z} + t = 0 \\ \boxed{3t} = 0 & L_3 \leftarrow 2L_3 + L_2 \end{cases}$

$\iff \begin{cases} x = y \\ y \text{ qcq} \\ z = 0 \\ t = 0 \end{cases}$

Donc $E = \mathrm{Vect}(\underbrace{(0,1,0,0)}_{u_1})$. Comme $u_1 \neq 0_E$: (u_1) est une base de E.

7. $\begin{cases} \boxed{x} - y + iz = 0 \\ \boxed{iy} - 2z = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} x = -3iz \\ y = -2iz \\ z \text{ qcq dans } \mathbb{C} \end{cases}$

donc $\mathbb{E} = \text{Vect}\left(\left(-3i, -2i, 1\right)\right) = \text{Vect}\left(\underbrace{(3, 2, i)}_{=u_1}\right)$

$u_1 \neq 0_E$ donc (u_1) est une base de $\mathbb{E}$.

8. $\boxed{x} + iy + (1-i)z = 0 \iff \begin{cases} x = -iy - (1-i)z \\ y \text{ qcq dans } \mathbb{C} \\ z \text{ qcq dans } \mathbb{C} \end{cases}$

donc $\mathbb{E} = \text{Vect}\left(\underbrace{(-i, 1, 0)}_{=u_1}, \underbrace{(-1+i, 0, 1)}_{=u_2}\right)$

Comme u_1 et u_2 non colinéaires : (u_1, u_2) est une base de $\mathbb{E}$.