On lance trois fois un dé à 6 faces

On a $\Omega = [\![1, 6]\!]^3$ donc $|\Omega| = 6^3 = 216$

$\mathbb{P}$ est la probabilité uniforme

1. $A =$ "on obtient exactement un 6"

Par dénombrement : $|A| = 5 \times 5 \times 1 + 5 \times 1 \times 5 + 1 \times 5 \times 5$
$= 75$

donc $\mathbb{P}(A) = \frac{75}{216} = \frac{25}{72}$

ou avec l'indépendance on reconnaît un schéma binomial

$$\mathbb{P}(A) = \binom{3}{1}\left(\frac{1}{6}\right)^1\left(\frac{5}{6}\right)^2 = 3 \times \frac{1}{6} \times \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{25}{72}$$

2. $B =$ "on obtient au moins un 6"

Par dénombrement

$\overline{B} =$ "aucun 6"

$|\overline{B}| = 5^3$ donc $\mathbb{P}(\overline{B}) = \left(\frac{5}{6}\right)^3$

donc $\mathbb{P}(B) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{91}{216}$

ou avec l'indépendance on reconnaît un schéma binomial

$$\mathbb{P}(\overline{B}) = \binom{3}{0}\left(\frac{1}{6}\right)^0\left(\frac{5}{6}\right)^3 = \left(\frac{5}{6}\right)^3$$

3. C = "au moins 2 faces identiques"

$\overline{C}$ = "3 faces différentes"

Par dénombrement $|\overline{C}| = 6 \times 5 \times 4 = 120$

donc $\mathbb{P}(\overline{C}) = \frac{120}{216}$ donc $\mathbb{P}(C) = \frac{96}{216} = \frac{4}{9}$

ou avec l'indépendance ECHEC

4. D = "on obtient une paire"

= "on obtient 2 chiffres égaux et un autre chiffre"

Par dénombrement

$|D| = 3 \times 6 \times 5 = 90$

$\mathbb{P}(D) = \frac{90}{216} = \frac{5}{12}$

ou avec l'indépendance ECHEC

5. E = "obtenir un triple"

Par dénombrement $|E| = 6$ donc $\mathbb{P}(E) = \frac{6}{216} = \frac{1}{36}$

ou avec l'indépendance ECHEC

6. $F =$ "le chiffre 2 puis un chiffre pair puis un chiffre ≥ 3"

Par dénombrement

$$|F| = 1 \times 3 \times 4 = 12 \quad \text{donc} \quad \mathbb{P}(F) = \frac{12}{216} = \frac{1}{18}$$

(a) avec l'indépendance

$F_1 =$ "le 1er lancer donne le chiffre 2"

$F_2 =$ "le 2nd lancer donne un chiffre pair"

$F_3 =$ "le 3ème lancer donne un chiffre ≥ 3"

Comme les lancers sont effectués de manières indépendantes les événements (F_1, F_2, F_3) sont mutuellement indépendants.

Comme $F = F_1 \cap F_2 \cap F_3$

on a $\mathbb{P}(F) = \mathbb{P}(F_1) \times \mathbb{P}(F_2) \times \mathbb{P}(F_3) = \frac{1}{6} \times \frac{3}{6} \times \frac{4}{6} = \frac{1}{18}$