Ex 12 TD 13

1.(a) $\mathbb{P}(B_1 \cap B_2 \cap N_3) = \mathbb{P}(B_1) \times \mathbb{P}_{B_1}(B_2) \times \mathbb{P}_{\,_1\cap B_2}(N_3)$

$$= \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} \times \frac{2}{3} = \boxed{\frac{1}{5}}$$

$\mathbb{P}(\text{"2 blanches et une noire"})$

$= \mathbb{P}\big((B_1 \cap B_2 \cap N_3) \uplus (B_1 \cap N_2 \cap B_3) \uplus (N_1 \cap B_2 \cap B_3)\big)$

$= \mathbb{P}(B_1 \cap B_2 \cap N_3) + \mathbb{P}(B_1 \cap N_2 \cap B_3) + \mathbb{P}(N_1 \cap B_2 \cap B_3)$

additivité de $\mathbb{P}$

$$= \frac{1}{5} + \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} \times \frac{2}{3} + \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \boxed{\frac{3}{5}}$$

ou $$\frac{A_3^2 \times A_2^1 \times \binom{3}{2}}{A_3^5} = \frac{3 \times 2 \times 2 \times 3}{5 \times 4 \times 3} = \frac{3}{5}$$

1.(b) Cette fois B_1, B_2 et N_3 sont mutuellement indépendants.

$$\mathbb{P}(B_1 \cap B_2 \cap N_3) = \mathbb{P}(B_1) \times \mathbb{P}(B_2) \times \mathbb{P}(N_3) = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{5} = \boxed{\frac{18}{125}}$$

et $\mathbb{P}(\text{"2 blanches et une noire"}) = \mathbb{P}(B_1) \times \mathbb{P}(B_2) \times \mathbb{P}(N_3) + \mathbb{P}(N_1) \times \mathbb{P}(B_2) \times \mathbb{P}(B_3)$

$+ \mathbb{P}(B_1) \times \mathbb{P}(N_2) \times \mathbb{P}(B_3)$

$$= 3 \times \frac{18}{125} = \boxed{\frac{54}{125}}$$

ou par schéma binomial $\binom{3}{2} \times \left(\frac{3}{5}\right)^2 \times \frac{2}{5} = \frac{54}{125}$

ou par dénombrement $\frac{3^2 \times 2^1}{5^3} \times \binom{3}{2} = \frac{54}{125}$

1.(c) $\mathbb{P}(\text{"2 blanches et une noire"}) = \dfrac{\binom{3}{2}\times\binom{2}{1}}{\binom{5}{3}} = \dfrac{3\times 2}{10} = \boxed{\dfrac{3}{5}}$ ②

2.(a) De même : $\dfrac{3}{10}\times\dfrac{3}{10}\times\dfrac{7}{10}\times\dfrac{7}{10} = \boxed{\dfrac{441}{10\,000}}$ car N_1, N_2, B_3, B_4 mutuellement indépendants

2.(b) Par schéma binomial :

$$\binom{4}{2}\times\left(\frac{3}{10}\right)^2\times\left(\frac{7}{10}\right)^2 = \boxed{\frac{1323}{5000}}$$

2.(c) $\mathbb{P}(\text{"pas de boule blanche"}) = \binom{4}{0}\times\left(\frac{3}{10}\right)^0\times\left(\frac{7}{10}\right)^4$

$$= \left(\frac{7}{10}\right)^4$$

donc $\mathbb{P}(\text{"au moins une boule blanche"}) = 1 - \left(\frac{7}{10}\right)^4 = \boxed{\frac{7599}{10\,000}}$