Pour $n \in \mathbb{N}^*$ on note X_n le nombre de piles obtenus après n lancers dans la pièce.

On a $X_n \hookrightarrow \mathcal{B}\left(n, \frac{1}{2}\right)$ donc $\mathbb{E}(X_n) = \frac{n}{2}$ et $\mathbb{V}(X_n) = \frac{n}{4}$

donc $\mathbb{E}\left(\frac{X_n}{n}\right) = \frac{1}{2}$ et $\mathbb{V}\left(\frac{X_n}{n}\right) = \frac{1}{4n}$

D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev :

$$\forall \varepsilon > 0, \ \mathbb{P}\left(\left|\frac{X_n}{n} - \frac{1}{2}\right| \geq \varepsilon\right) \leq \frac{1}{4n\varepsilon^2}$$

donc pour tout $\varepsilon > 0$:

$$\mathbb{P}\left(\left|\frac{X_n}{n} - \frac{1}{2}\right| < \varepsilon\right) = 1 - \mathbb{P}\left(\left|\frac{X_n}{n} - \frac{1}{2}\right| \geq \varepsilon\right)$$

$$\geq 1 - \frac{1}{4n\varepsilon^2}$$

ie $\mathbb{P}\left(\frac{X_n}{n} \in \left]\frac{1}{2} - \varepsilon, \frac{1}{2} + \varepsilon\right[\right) \geq 1 - \frac{1}{4n\varepsilon^2}$

Pour $\varepsilon = 10^{-2}$:

$$\mathbb{P}\left(\frac{X_n}{n} \in \left]\frac{1}{2} - 0{,}01 ; \frac{1}{2} + 0{,}01\right[\right) \geq 1 - \frac{2\,500}{n}$$

On choisit n tel que : $1 - \frac{2\,500}{n} \geqslant 0{,}95$

ie $0{,}05 \geqslant \frac{2\,500}{n}$

ie $n \geqslant \frac{2\,500}{0{,}05} = 50\,000$

Donc pour $\boxed{n = 50\,000}$, l'événement

$\left(\frac{X_n}{n} \in \left] \frac{1}{2} - 0{,}01 ; \frac{1}{2} + 0{,}01 \right[\right)$ est vrai avec une

probabilité supérieure ou égale à $0{,}95$.

Rem : $\frac{X_n}{n} = \frac{\text{nb de piles obtenus au cours de } n \text{ lancers}}{n}$

= fréquence empirique du nombre de piles obtenus au cours des n lancers

Cette "fréquence" est aléatoire : elle dépend du résultat de l'expérience aléatoire.

Il ne faut pas la confondre avec la probabilité théorique d'obtenir pile qui est $\frac{1}{2}$.